

**Colle du 04/12 - Sujet 1**  
**Intégrales et équations différentielles d'ordre 1**

**Question de cours.** Énoncé et démonstration de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle d'ordre 1 à l'aide des solutions de l'équation homogène et d'une solution particulière.

**Exercice 1.** Justifier l'existence et calculer  $I = \int_0^1 \frac{t+1}{t^2-t+1} dt$ .

**Exercice 2.** Résoudre sur  $\mathbb{R}_+^*$  l'équation (E) :  $2xy' + y = \frac{1}{1-x}$ .

**Colle du 04/12 - Sujet 2**  
**Intégrales et équations différentielles d'ordre 1**

**Question de cours.** Méthode de variation de la constante.

**Exercice 1.** On considère l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^\pi \frac{x}{1 + \sin(x)} dx$$

1. Effectuer le changement de variable  $y = \pi - x$ .
2. Montrer alors que

$$I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sin(y)} dy.$$

3. A l'aide du changement de variable  $t = \tan\left(\frac{y}{2}\right)$ , calculer la valeur de  $I$ .

**Exercice 2.** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $xy' + (x-2)y = x^4$ .

**Colle du 04/12 - Sujet 3**  
**Intégrales et équations différentielles d'ordre 1**

**Question de cours.** Énoncé et démonstration de l'intégration par parties.

**Exercice 1.** Résoudre  $x(x^2-1)y' + 2y = x^3(x^2-1)$ .

**Exercice 2.** Résoudre  $x(x-1)y' + (x+1)y = 0$ .